

INTRODUÇÃO A CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

LÓGICA DIGITAL 2

Maurício Moreira Neto¹

¹**Universidade Federal do Ceará**
Departamento de Computação

31 de janeiro de 2020

Sumário

- 1 Lógica Proposicional
- 2 OU (OR)
- 3 E (AND)

- 4 Tabela Verdade
- 5 Operadores
- 6 Álgebra de Boole



Lógica Proposicional

Em lógica, um conceito importante é o de
“**Proposição**”

O que é uma **Proposição**?

Lógica Proposicional

- **Proposição:** é um enunciado verbal, ao qual deve ser atribuído, sem ambiguidade, um valor lógico verdadeiro (**V**) ou falso (**F**)
- Exemplos de proposições:
 - Fulano de Tal é Professor (V)
 - $3 + 5 = 10$ (F)
 - $5 < 8$ (V)
- Contra-exemplos de Proposições:
 - Onde você vai ?
 - $3 + 5$
 - Os estudantes jogam vôlei. (quais ?)

Lógica Proposicional

■ Lógica Proposicional

■ Exemplo:

- O quarto está fechado
- Meu livro está no quarto

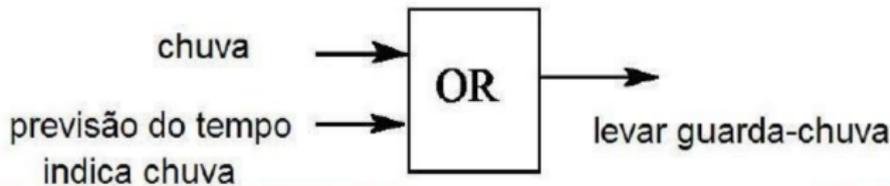
■ Proposições combinadas:

- O quarto está fechado **E** meu livro está no quarto
- O quarto está fechado **OU** meu livro está no quarto

Lógica Proposicional

■ Lógica Proposicional

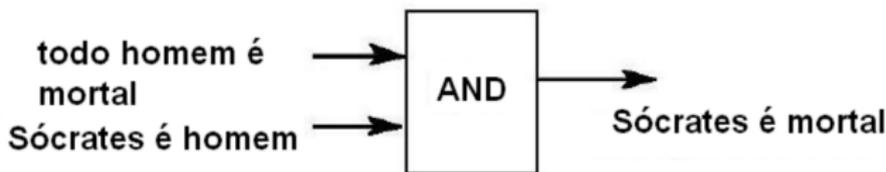
- Pode-se pensar que a proposição **levar guarda-chuva** como um resultado que deve ser calculado pela combinação dos resultados das proposições **chovendo** e **previsão do tempo**:



Lógica Proposicional

■ Lógica Proposicional

- Pode-se pensar que a proposição **Sócrates é mortal** como um resultado que deve ser calculado pela combinação dos resultados das proposições **todo homem é mortal** e **Sócrates é homem**:



Lógica Proposicional

■ Lógica Proposicional

- Desde que as proposições possam assumir apenas dois valores, pode-se expressar todas as saídas possíveis através de uma tabela:

OU

CHUVA	PREVISÃO	GUARDA- CHUVA
VERDADEIRO	VERDADEIRO	VERDADEIRO
VERDADEIRO	FALSO	VERDADEIRO
FALSO	VERDADEIRO	VERDADEIRO
FALSO	FALSO	FALSO

Lógica Proposicional

■ Lógica Proposicional (Continuação)

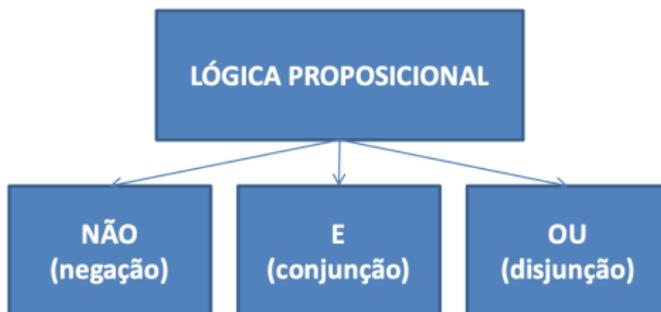
E

CHUVA	PREVISÃO	GUARDA- CHUVA
VERDADEIRO	VERDADEIRO	VERDADEIRO
VERDADEIRO	FALSO	FALSO
FALSO	VERDADEIRO	FALSO
FALSO	FALSO	FALSO

Lógica Proposicional

■ Lógica Proposicional

- A lógica trata de formas de argumentos consistindo de letras sentenciais combinadas com as expressões:



Estas expressões são chamadas de **operadores ou conectivos lógicos**

Lógica Proposicional

- **Operações Lógicas:** são usadas para formar novas proposições a partir de proposições existentes
 - Considerando p e q duas proposições genéricas, pode-se aplicar as seguintes operações lógicas básicas sobre elas

Operação	Símbolo	Significado
Negação	\sim	Não
Conjunção	\wedge	E
Disjunção	\vee	OU

- Definindo a prioridade:
 - Usar parênteses Exemplo: $((p \vee q) \wedge (q))$

Lógica Proposicional

■ Exemplos de aplicação das operações lógicas

■ Considere:

- $p = 7$ é primo = (V)
- $q = 4$ é ímpar = (F)

■ Então:

- 4 NÃO é ímpar = $q = (F) = (V)$
- 7 NÃO é primo = $p = (V) = (F)$
- 7 é primo E 4 NÃO é ímpar = $p \wedge \sim q = (V \wedge (\sim F)) = (V \wedge V) = (V)$
- 7 é primo E 4 é ímpar = $p \wedge q = (V \wedge F) = (F)$
- 4 é ímpar E 7 é primo = $q \wedge p = (F \wedge V) = (F)$
- 4 é ímpar E 7 NÃO é primo = $q \wedge \sim p = (F \wedge (\sim V)) = (F \wedge F) = (F)$

Lógica Proposicional

■ Exemplos de aplicação das operações lógicas (Cont.)

■ Considere:

- $p = 7$ é primo = (V)
- $q = 4$ é ímpar = (F)

■ Então:

- 7 é primo OU 4 NÃO é ímpar = $p \vee \sim q = (V \vee (\sim F)) = (V \vee V) = (V)$
- 7 é primo OU 4 é ímpar = $p \vee q = (V \vee F) = (V)$
- 4 é ímpar OU 7 é primo = $q \vee p = (F \vee V) = (V)$
- 4 é ímpar OU 7 NÃO é primo = $q \vee \sim p = (F \vee (\sim V)) = (F \vee F) = (F)$

Lógica Proposicional

- Exemplos de aplicação das operações lógicas
 - Resumindo:

p	q	$\sim p$	$p \wedge q$	$p \vee q$
V	V	F	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	V
F	F	V	F	F

- Ou seja:
 - Não (\sim) troca o valor lógico. Se é **F** passa a ser **V** e vice-versa
 - E (\wedge) só tem valor **V** quando as duas proposições forem **V**, basta uma proposição ser **F** para o resultado ser **F**
 - OU (\vee) só tem valor **F** quando as duas proposições forem **F**, basta uma proposição ser **V** para o resultado ser **V**

Lógica Proposicional

- **Exercício 3** - Considerando $p = \mathbf{V}$ e $q = \mathbf{F}$, resolva as seguintes expressões lógicas

$$\sim p$$

$$\sim q$$

$$p \wedge q$$

$$p \vee q$$

$$(\sim p) \wedge q$$

$$(\sim p) \vee q$$

$$p \wedge (\sim q)$$

$$p \vee (\sim q)$$

$$(\sim p) \wedge (\sim q)$$

$$(\sim p) \vee (\sim q)$$



Lógica Proposicional

■ Álgebra de Boole

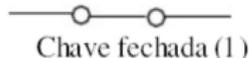
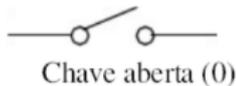
- Uma variável **booleana** só pode assumir apenas um dos valores possíveis:
 - 0 e 1
- Uma ou mais **variáveis** e **operadores** podem ser combinados formando uma função lógica
- Exemplo:
 - $((A \text{ e } B) \text{ ou } C)$

Lógica Proposicional

■ Álgebra de Boole

■ Utilizada em engenharia elétrica

- 0 e 1 representam os dois diferentes estados de um **bit** em um circuito digital, *tipicamente* alta e baixa voltagem



- Os circuitos são descritos por expressões contendo **variáveis**

Lógica Proposicional

■ Álgebra de Boole

■ Tabela Verdade

- Resultados de uma função lógica
- Podem ser expressos numa tabela relacionando todas as combinações possíveis dos valores que suas **variáveis** podem assumir
- Relaciona seus resultados correspondentes

A	B	AND	OR
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	1

Lógica Proposicional

■ Álgebra de Boole

Lista das combinações possíveis dos estados das variáveis de entrada

Variáveis		Função Lógica
A	B	$Z=f(A, B)$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Resultados da função lógica para cada combinação dos estados de entrada

Na **tabela-verdade** acima a função lógica **Z** possui duas variáveis:

A e B

E a função lógica:

$$Z = f(A, B) = A + B$$

Lógica Proposicional

■ Álgebra de Boole

■ Porta Lógica **OU (OR)**

- Precisa de duas ou mais entradas
- Operador: $+ F = A + B$

■ Símbolo

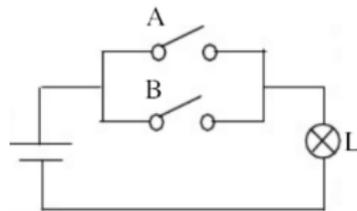


Tabela Verdade

A	B	$F=(A+B)$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Lógica Proposicional

■ Álgebra de Boole

■ Porta Lógica **E (AND)**

- Precisa de duas ou mais entradas
- Operador: \cdot $F = A \cdot B$

■ Símbolo

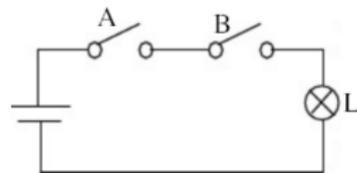


Tabela Verdade

A	B	$F=(A.B)$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Lógica Proposicional

■ Álgebra de Boole

■ Porta Lógica **NÃO** (NOT)

- Necessita de **somente uma entrada** (Operação unária)
- Pode ser combinada aos operadores **AND** e **OR**
- Operador: **A'**

■ Símbolo

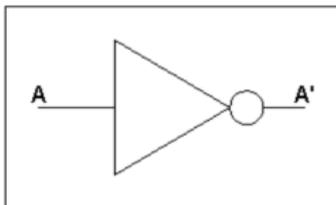


Tabela Verdade

A	A'
0	1
1	0

Obrigado!

maumneto@gmail.com

